



**CENTRO UNIVERSITÁRIO FAMETRO
ENGENHARIA CIVIL**

NAYLA TAMIRES DE SOUSA

**FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS PARA O CÁLCULO DA POSIÇÃO DA
LINHA NEUTRA COM A VARIAÇÃO DO CARREGAMENTO CONTÍNUO EM
VIGAS DE CONCRETO ARMADO PARA OTIMIZAÇÃO DE CUSTOS E
SEGURANÇA**

**FORTALEZA
2021**

NAYLA TAMIRES DE SOUSA

FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS PARA O CÁLCULO DA POSIÇÃO DA LINHA
NEUTRA COM A VARIAÇÃO DO CARREGAMENTO CONTÍNUO EM VIGAS DE
CONCRETO ARMADO PARA OTIMIZAÇÃO DE CUSTOS E SEGURANÇA

Esta monografia foi apresentada no dia 6 de dezembro de 2021 como requisito para a obtenção do grau de bacharel em Engenharia Civil do Centro Universitário Fametro – UNIFAMETRO – tendo sido aprovada pela banca examinadora composta pelos professores abaixo:

FORTALEZA

2021

S725f

Sousa, Nayla Tamires de.

Ferramentas computacionais para o cálculo da posição da linha neutra com a variação do carregamento contínuo em vigas de concreto armado para otimização de custos e segurança. / Nayla Tamires de Sousa. – Fortaleza, 2021.

55 f.; 30 cm.

Monografia - Curso de Graduação em Engenharia Civil, Unifametro, Fortaleza, 2021.

Orientação: Prof. Me. Márcio Bandeira de Oliveira.

1. Análise estrutural - Engenharia. 2. Concreto armado – Estrutura - Vigas. 3. Ferramenta computacional - Engenharia. I. Título.

NAYLA TAMIRES DE SOUSA

FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS PARA O CÁLCULO DA POSIÇÃO DA LINHA
NEUTRA COM A VARIAÇÃO DO CARREGAMENTO CONTÍNUO EM VIGAS DE
CONCRETO ARMADO PARA OTIMIZAÇÃO DE CUSTOS E SEGURANÇA

Esta monografia foi apresentada no dia 6 de dezembro de 2021 como requisito para a obtenção do grau de bacharel em Engenharia Civil do Centro Universitário Fametro – UNIFAMETRO – tendo sido aprovada pela banca examinadora composta pelos professores abaixo:

BANCA EXAMINADORA

Profº. Me. Márcio Bandeira de Oliveira
Orientador – Centro Universitário Fametro (UNIFAMETRO)

Profº. Dr. Jefferson Pereira Ribeiro
Membro – Centro Universitário Fametro (UNIFAMETRO)

Engº. Me. Márcio Nunes Normando
Membro – Universidade Federal do Ceará (UFC)

A Deus, que me sustenta e me capacitou para chegar até aqui. Aos meus pais, Carlos e Meire, aos meus irmãos Nágela, Nayana e Thiago e ao meu amor Zaqueu.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por seu amor, graça, misericórdia e bondade para comigo e porque em meio à caminhada da vida Ele proporcionou esta benção que é minha chegada até aqui.

Ao professor Me. Márcio Bandeira de Oliveira, que com paciência me orientou diligentemente para que pudesse ser entregue um trabalho feito com muita dedicação e de qualidade. Sou grata por cada ensinamento, não somente na orientação, mas também em sala de aula, demonstrando ser um ótimo profissional.

Aos profissionais integrantes da banca examinadora pelas valiosas contribuições e sugestões.

Aos meus pais Carlos e Meire, que com afinho dedicam suas vidas para que eu tenha sucesso na minha, e em especial para que a minha graduação fosse a melhor possível. Vocês serão graduados juntamente comigo, essa vitória é nossa. Aos meus irmãos Nágela, Nayana e Thiago, por todo apoio e não medirem esforços para me ajudarem no que fosse preciso e ao meu namorado Zaqueu, por todo auxílio, paciência e oração, que foram fundamentos importantes para que este ciclo fosse concluído.

A todos meus familiares que sempre estiveram na torcida para que eu alcançasse a realização dos meus sonhos, aos meus amigos pelas orações, aos meus professores por somarem à minha bagagem profissional e aos meus colegas de graduação que para mim se tornaram uma família, sempre unidos para alcançarmos juntos o diploma tão sonhado.

“A sabedoria é a coisa principal; adquira, pois, a sabedoria; sim, com tudo o que possui, adquira o conhecimento.”

Rei Salomão

RESUMO

A posição da linha neutra dos elementos de uma edificação, como as vigas, é um fator crucial para determinação da quantidade necessária de concreto e aço, insumos importantes para o orçamento de uma construção. O presente trabalho abordou a análise de uma viga retangular de concreto armado submetida à flexão simples no estado-limite último, sendo analisada a variação do carregamento contínuo sobre a estrutura, cujos momentos fletores produzidos influenciaram na posição da linha neutra. Quanto aos esforços de compressão e tração atuantes na peça, a localização da linha neutra apresenta esforços nulos e é um fator determinante para o dimensionamento da cobertura de aço necessária ao conjunto. Na análise estrutural foi utilizado o Ftool, *software* responsável pela determinação dos momentos fletores para os diferentes carregamentos, e os cálculos foram executados a partir das equações da flexão clássica. Através do estudo realizado tornou-se possível analisar que com o aumento do carregamento contínuo, elevou-se os valores dos momentos fletores e conseqüentemente a distância da posição da linha neutra em relação à face da fibra comprimida da peça, levando ao aumento da quantidade da área de aço. O estudo foi direcionado para que a estrutura atendesse o estado-limite último, examinando o limite de 0,45 para o valor da relação x/d . Desta forma evidenciou-se o limite de carregamento que solicita a necessidade de armaduras simples. Ademais, a análise foi feita para o estado-limite último a fim de que possíveis colapsos sem aviso prévio sejam evitados, garantindo a segurança da estrutura e de seus usuários.

Palavras-chave: Flexão simples. Estado-limite último. Análise estrutural. Dimensionamento.

ABSTRACT

The neutral line position of building elements, such as beams, is a crucial factor in determining the required amount of concrete and steel, important inputs for a building budget. The present work analyzed a rectangular reinforced concrete beam subjected to simple bending in the ultimate limit state, being studied the variation of the continuous loading on the structure, whose bending moments produced influenced the neutral line position. As for the compressive and tensile forces acting on the part, the location of the neutral line presents zero efforts and is a determining factor for the dimensioning of the steel cover needed for the set. In the structural analysis, Ftool, the software responsible for determining the bending moments for the different loads, was used, and the calculations were performed using the classical bending equations. Through the study carried out, it became possible to analyze that with the increase in continuous loading, the values of bending moments and, consequently, the distance of the neutral line position in relation to the face of the compressed fiber of the piece increased, leading to an increase in the amount of steel area. The study was directed so that the structure meets the ultimate limit state, examining the limit of 0.45 for the value of the x/d ratio. In this way, the load limit that requires the need for simple reinforcements was evidenced. Furthermore, the analysis was carried out for the ultimate limit state so that possible unannounced collapses are avoided, ensuring the safety of the structure and its users.

Keywords: Simple bending. Ultimate limit state. Structural analysis. Sizing.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Modelo de armadura de uma viga de concreto armado	16
Figura 2 –	Demonstração de uma viga apoiada em pilares	17
Figura 3 –	Viga simplesmente apoiada	18
Figura 4 –	Viga em balanço	18
Figura 5 –	Viga com extremidade em balanço	18
Figura 6 –	Linha neutra em viga	23
Figura 7 –	Linha neutra numa seção qualquer	24
Figura 8 –	Domínios de deformação de estado-limite último	27
Figura 9 –	Elemento estrutural submetido à flexão simples	28
Figura 10 –	Diagrama de tensão-deformação do aço	29
Figura 11 –	Diagrama de tensão-deformação do concreto	30
Figura 12 –	Equilíbrio de forças no ELU	31
Figura 13 –	Fluxograma com metodologia utilizada	34
Figura 14 –	Seção transversal da viga em análise	35
Figura 15 –	Distribuição da faixa de carregamento analisada	36
Figura 16 –	Viga submetida ao carregamento mínimo de 20 KN/m	41
Figura 17 –	Viga submetida ao carregamento máximo de 100 KN/m	42
Figura 18 –	Reações e Momentos Fletores com o carregamento mínimo de 20 KN/m	43
Figura 19 –	Reações e Momentos Fletores com o carregamento máximo de 100 KN/m	43
Figura 20 –	Força cortante para o carregamento mínimo de 20 KN/m	44
Figura 21 –	Força cortante para o carregamento máximo de 100 KN/m	44

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Cálculo do dimensionamento à flexão para o carregamento de 20 KN/m	45
Tabela 2 –	Distribuição das barras de aço para o carregamento de 20 KN/m.....	46
Tabela 3 –	Dimensionamento da armadura positiva.....	47
Tabela 4 –	Dimensionamento da armadura negativa.....	49

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ELS	Estado-limite de serviço
ELU	Estado-limite último
NBR	Norma Brasileira

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Problematização e justificativa	14
1.2	Hipótese	15
1.3	Objetivos da pesquisa	15
1.3.1	<i>Objetivo geral</i>	15
1.3.2	<i>Objetivos específicos</i>	15
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.1	Vigas de Concreto Armado	16
2.1.1	<i>Tipos de viga</i>	17
2.1.1.1	Viga simplesmente apoiada	17
2.1.1.2	Viga em balanço	18
2.1.1.3	Viga com extremidade em balanço	18
2.1.2	<i>Definição da altura e da largura</i>	18
2.2	Resistência à compressão característica do concreto (f_{ck})	19
2.3	Esforços Solicitantes: Momento Fletor	21
2.3.1	<i>Flexão simples</i>	22
2.4	Linha Neutra	22
2.5	Estados-Limites	24
2.5.1	<i>Estados-limites últimos (ELU)</i>	25
2.5.2	<i>Estados-limites de serviço (ELS)</i>	26
2.6	Domínios do Concreto	26
2.6.1	<i>Ductilidade</i>	28
2.6.1.1	Diagrama tensão-deformação para o aço	29
2.6.1.2	Diagrama tensão-deformação para o concreto	29
2.7	Equações da flexão Clássica	30
2.7.1	<i>Cálculo da posição da linha neutra (x)</i>	31
2.7.2	<i>Cálculo da área necessária de armadura (A_s)</i>	33
3	MATERIAIS E MÉTODOS	34
3.1	Características do estudo	35
3.1.1	<i>Definição da geometria da viga em análise</i>	35
3.1.2	<i>Definição da carga</i>	35

3.1.3	<i>Momento fletor</i>	36
3.1.4	<i>Estado-Limite Último</i>	36
3.1.5	<i>Domínios do concreto</i>	36
3.1.6	<i>Escolha das ferramentas computacionais utilizadas nas análises estruturais</i>	37
3.1.7	<i>Equações utilizadas</i>	37
3.1.7.1	Cálculo do momento fletor solicitante de cálculo (M_d).....	37
3.1.7.2	Cálculo da posição da linha neutra (x)	38
3.1.7.3	Cálculo da área necessária de armadura (A_s)	39
3.2	Tratamento dos dados	40
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	41
4.1	Análise no Ftool	41
4.2	Dimensionamento à flexão no Microsoft Excel	44
4.3	Análise da relação x/d	46
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	52
5.1	Sugestões para futuras pesquisas	52
	REFERÊNCIAS	53

1 INTRODUÇÃO

O concreto é um material utilizado na construção civil no Brasil e no mundo devido à disponibilidade de seus elementos constituintes e à facilidade de sua aplicação. Em sua composição, integram-se os materiais: cimento, água, agregado miúdo (areia) e graúdo (pedra ou brita). Estruturas em concreto armado contemplam armaduras de aço que são utilizadas para somar ao combate aos esforços que são submetidas as peças. Estes componentes estruturais compõem diversos tipos de construção, como edifícios de pavimentos, pontes e viadutos, reservatórios, barragens, etc (BASTOS, 2019).

Dentre as partes que constituem a superestrutura de um edifício, pode-se citar as lajes, vigas e pilares, sendo os últimos os responsáveis por transmitir os esforços atuantes para as fundações (infraestrutura) e estas por transmiti-los ao solo. Estes elementos são utilizados de modo que atendam ao projeto da edificação e aos quesitos relacionados à capacidade resistente, ao desempenho em serviço e à durabilidade da estrutura (GOUVÊA; GOUVÊA, 2017).

Como citado acima, as vigas estão entre os importantes integrantes do projeto de uma edificação. Elas são componentes lineares que têm como esforço preponderante a flexão, que se caracteriza pela atuação de momentos fletores, que produzem esforços normais e sua rotação. Um dos cálculos necessários na análise estrutural de uma viga é a posição da linha neutra. Segundo Moura (2019, p. 02), “A linha neutra é compreendida como um plano que separa duas regiões – a comprimida e a tracionada – num mesmo elemento quando submetido à flexão.” Os resultados dos cálculos inferidos na análise influirão na área de aço transversal necessária para compor a peça, informação esta que é importante para o controle dos custos com insumos das obras concernente a este material.

A Norma Brasileira da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) que rege as estruturas de concreto armado é a NBR 6118:2014 - Projetos de estruturas de concreto – Procedimentos. De acordo com ela, (item 14.2.1), “O objetivo da análise estrutural é determinar os efeitos das ações em uma estrutura, com a finalidade de efetuar verificações dos estados-limites últimos e de serviço.”. Atualmente são utilizados *softwares* que facilitam as análises, colaborando com o trabalho de profissionais que têm o tempo como fator determinante para o desenvolvimento de seus projetos.

O presente trabalho abordará a análise estrutural de uma viga retangular de concreto armado, submetida à flexão simples com a variação da posição da linha neutra devido à variação do carregamento contínuo sobre a estrutura. Será analisado o momento fletor solicitante em cada variação de carga a fim de se determinar a posição da linha neutra a partir de equações da flexão clássica e por fim será calculada a cobertura de aço da armadura transversal necessária para combater os esforços atuantes na estrutura. Tal enfoque dá-se pela importância de se entender a relação concreto/aço em uma estrutura de concreto armado e ainda de se otimizar o custo/benefício na compra destes materiais em decorrência da necessidade estrutural presente em cada projeto.

1.1 Problematização e justificativa

No âmbito das estruturas, o engenheiro civil deve portar conhecimentos para manipular informações importantes na execução de projetos propostos. O conhecimento do comportamento das tensões as quais uma estrutura esteja sujeita dará ao engenheiro clareza para agir em situações que demandem manipulação de variáveis.

A localização da posição da linha neutra é importante na análise dos esforços pois neste ponto as tensões de compressão e tração são consideradas nulas. Em um ambiente como um canteiro de obras, para uma eminente necessidade de executar interferência em uma viga, como um furo na mesma devido à falha na compatibilidade dos projetos estruturais e hidrossanitários, o engenheiro responsável pela obra precisará estar informado quanto à localização da linha neutra para melhor realizar a execução do furo a fim de não comprometer a segurança do conjunto. A norma brasileira de concreto – NBR 6118 (ABNT, 2014) – rege as recomendações para a execução de furos em vigas e lajes sem que se comprometa o desempenho estrutural das partes.

A relevância de se conhecer a posição da linha neutra é importante para se ter conhecimento da quantidade de zona comprimida e tracionada que uma peça de concreto armado apresenta. Isto colabora na otimização da relação concreto/aço, evitando consumo excessivamente desnecessário ou ineficiente no desempenho de ambos os materiais. Ademais, este estudo apontará qual domínio do concreto estará sendo trabalhado, o que está diretamente relacionado ao tempo de ruptura e colapso ao qual o elemento estará disposto. Esta questão é

ainda pertinente para análise do custo/benefício da quantidade de materiais a serem utilizados, fator decisivo no orçamento de um empreendimento.

Com base no exposto, a pesquisa a ser desenvolvida justifica-se na ênfase da necessidade de se estudar e compreender o comportamento dos esforços solicitantes presentes em uma estrutura para garantir a segurança das edificações e assegurar rupturas com aviso prévio.

1.2 Hipótese

Em meio ao estudo de um elemento estrutural, algumas condições e variáveis, como a geometria da peça, material constituinte e o carregamento ao qual a peça estará submetida, devem ser consideradas. A partir disto, levanta-se a hipótese de que a posição da linha neutra no estado-limite último (ELU) de uma dada viga de seção retangular submetida à flexão simples não permanece estática por influência principalmente do carregamento contínuo, e ainda que o verificado atua na definição da quantidade de área de cobertura de aço necessária ao combate aos esforços solicitantes. Reforçando a afirmação de Moura (2019), a posição da linha neutra em relação à face da fibra comprimida, se faz necessária ao cálculo da área de aço de tração da viga.

1.3 Objetivos da pesquisa

1.3.1 Objetivo geral

Estudar a posição da linha neutra de acordo com a variação de carregamento contínuo em viga de concreto armado e sua influência na área de aço da seção transversal da viga.

1.3.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos são listados abaixo:

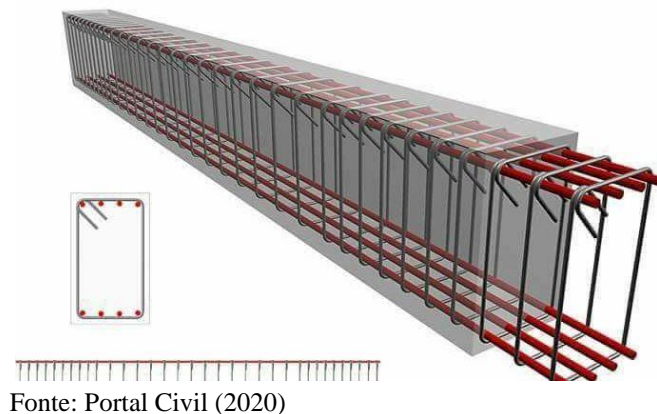
- a) Modelar a estrutura no FTOOL para obtenção dos esforços solicitantes: Diagramas de momento fletor.
- b) Variar o carregamento contínuo do modelo entre a faixa de 20 a 100 KN/m.
- c) Estudar a posição da linha neutra e verificar a cobertura de aço necessária para seção transversal da viga.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Vigas de Concreto Armado

O concreto é um material utilizado há milhares de anos, e desde então foi aplicado em construções que existem até os dias de hoje. De acordo com Bastos (2019), dentre suas características, apresenta-se a alta resistência à compressão, compondo estruturas como pilares que são submetidos primordialmente a este esforço. Em contrapartida, o concreto apresenta fragilidade e baixa resistência à tração, muito solicitada em lajes e vigas. Para auxiliar no combate aos esforços principalmente de tração nas estruturas emprega-se à peça de concreto o aço que atende muito bem às solicitações. O conjunto de barras de aço constitui as armaduras, conforme é possível analisar a partir da viga representada na Figura 1, e quando aliadas ao concreto se originam as estruturas de concreto armado.

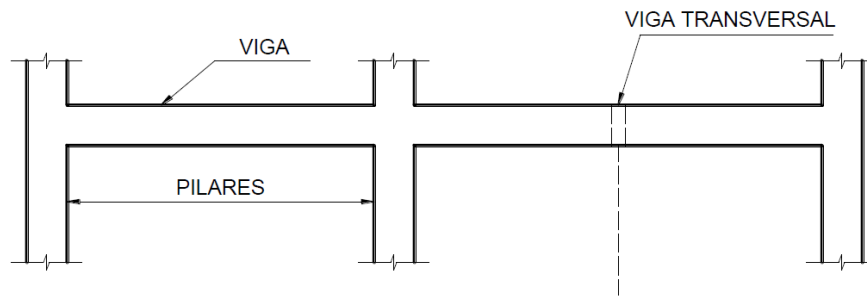
Figura 1 - Modelo de armadura de uma viga de concreto armado.



Fonte: Portal Civil (2020)

As vigas são componentes estruturais que podem ser executadas em concreto armado. Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), elas são consideradas lineares e o esforço atuante que prepondera sobre elas é a flexão. E ainda conforme afirma Bastos (2019), os elementos lineares são aqueles cujo comprimento longitudinal é no mínimo três vezes maior que a maior dimensão da seção transversal. A função básica das vigas é vencer vãos e transmitir as cargas para os apoios, que na maioria das vezes são pilares, conforme mostra a Figura 2. As armaduras utilizadas podem ser divididas em barras longitudinais e transversais, estas também conhecidas como estribos.

Figura 2 - Demonstração de uma viga apoiada em pilares.



Fonte: Bastos (2019)

Junior e Oliveira (2014) declaram que o estudo das vigas de concreto armado se justifica na grande economia que uma pequena redução no custo de cada peça traz ao produto final. Estes mesmos autores consideram duas situações, sendo que em ambas as áreas de aço são obtidas através de equações de equilíbrio na seção transversal:

- a) para vigas com armadura simples, que contempla a presença de aço somente na região tracionada;
- b) para vigas com armadura dupla, que contempla a região tracionada e comprimida, que se faz necessária quando o esforço solicitante é elevado.

2.1.1 Tipos de viga

As vigas podem ser divididas em três diferentes tipos: viga simplesmente apoiada, viga em balanço e viga com extremidade em balanço, e segundo Hibbeler (2010) são caracterizadas de acordo com os tópicos a seguir.

2.1.1.1 Viga simplesmente apoiada

O primeiro tipo, também chamada de bi-apoiada, consiste em uma viga apoiada em uma das extremidades por um apoio fixo e na outra extremidade por um apoio móvel, conhecido também como rolete, conforme a Figura 3.

Figura 3 - Viga simplesmente apoiada.



Fonte: HIBBELER, 2010

2.1.1.2 Viga em balanço

O segundo tipo, a viga em balanço, é caracterizada por ser engastada em uma de suas extremidades e livre na outra, conforme Figura 4.

Figura 4 - Viga em balanço.



Fonte: HIBBELER, 2010

2.1.1.3 Viga com extremidade em balanço

Esta configuração se dá pelo fato de uma ou ambas as extremidades excederem os apoios de forma livre, conforme mostra a Figura 5.

Figura 5 - Viga com extremidade em balanço.



Fonte: HIBBELER, 2010

2.1.2 Definição da altura e da largura

De modo geral, a largura adotada para as vigas condiz com o valor da espessura final da parede, englobando a dimensão do tipo de alvenaria a ser utilizada e ainda a dimensão dos revestimentos a serem empregados nos dois lados da parede. Tratando-se da altura das

vigas, considera-se valores como o vão, carregamento e a resistência do concreto (BASTOS, 2015).

Como aponta Bastos (2015), para vigas contínuas de concreto armado com concretos da classe C20 e C25 e construção de pequeno porte, utiliza-se a seguinte expressão:

$$h = \frac{l_{ef}}{12} \quad (1)$$

De acordo com Souza (2019), para o cálculo da altura de vigas bi apoiadas e sem balanços nas extremidades é considerada a seguinte expressão, arredondando o valor obtido para o múltiplo de 5 superior:

$$h = \frac{l_{ef}}{10} \quad (2)$$

Em que:

h – Altura da viga

l_{ef} – Largura do vão efetivo, que pode ser calculado segundo o item 14.6.2.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

2.2 Resistência à compressão característica do concreto (f_{ck})

O conceito de resistência pode ser definido tanto como a tensão máxima exercida sobre um elemento que possa causar desagregação do seu material constituinte, quanto à sua capacidade de resistir esforços sem que ocorra sua ruína (ISAIA, 2005).

Dentre as características do concreto no seu estado endurecido, segundo Carvalho e Filho (2014), a principal é sua resistência mecânica à compressão. Esta é determinada através de ensaios de corpos de prova sujeitos à compressão uniaxial. No Brasil, os corpos de provas utilizados são cilíndricos, com diâmetros da base de 10 e 15 cm, e alturas de 20 e 30 cm, respectivamente. Estes serão moldados segundo a ABNT NBR 5738 e rompidos de acordo com a ABNT NBR 5739.

Para Neville e Brooks (2013), os principais fatores que influenciam a resistência do concreto são a relação entre a quantidade de água, cimento, o grau de adensamento, idade e temperatura. Já para Carvalho e Filho (2014), soma-se a estes itens a quantidade de agregados, que aliado ao cimento e a água formam o conhecido traço do concreto. Desde que não seja informada a idade, as resistências deverão ser analisadas para idade de 28 dias. (ABNT NBR 6118:2014, item 8.2.4).

Através do ensaio de curta duração do corpo de prova, é possível encontrar o valor correspondente à resistência à compressão, medida em MPa. Considera-se a seguinte expressão:

$$f_{cj} = \frac{N_{rup}}{A} \quad (3)$$

Em que:

f_{cj} = Resistência à compressão do corpo de prova de concreto na idade de (j) dias;

N_{rup} = Carga de ruptura do corpo de prova;

A = Área da seção transversal do corpo de prova.

A partir dos dados de resistência adquiridos com os ensaios da quantidade de corpos de prova analisados, é possível calcular o valor da resistência característica do concreto (f_{ck}). “Define-se então como resistência característica (f_{ck}) do concreto à compressão o valor que apresenta um grau de confiança de 95%, ou seja, f_{ck} é o valor da resistência, de modo que 95% dos resultados dos ensaios estejam acima dele, ou 5% abaixo.” (CARVALHO; FILHO, 2014, p. 35).

O cálculo da resistência característica à compressão compreende 5% do valor obtido através das expressões similares abaixo:

$$f_{ck} = f_{cm} \cdot (1 - 1,645 \cdot \delta) \quad (4)$$

$$f_{ck} = f_{cm} - 1,645 \cdot s \quad (5)$$

Em que:

f_{cm} = Resistência média;

δ = Coeficiente de variação;

s = Desvio padrão ($f_{cm} \cdot \delta$).

O coeficiente de variação é dado pela expressão:

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{f_{cj} - f_{cm}}{f_{cm}} \right)^2} \quad (6)$$

A NBR 6118 (ABNT, 2014) define classes aos concretos, de acordo com os valores de f_{ck} , compreendidas em grupo I e II. O grupo I atende as classes C20 à C50 e o grupo II aos concretos das classes superiores até a C90. Na prática das obras, o calculista detalha um valor de f_{ck} para ser utilizado nos cálculos dos projetos. (CARVALHO; FILHO, 2014).

2.3 Esforços Solicitantes: Momento Fletor

Por conta dos carregamentos aplicados em um elemento estrutural, as seções transversais da peça estão sujeitas a solicitações, sendo estas caracterizadas como normais, que originam tensões normais, e tangenciais, que produzem tensões tangenciais nas seções. Como exemplo de solicitações normais, tem-se o esforço normal e o momento fletor e para solicitações tangenciais pode-se citar o esforço cortante e o momento de torção. Em uma viga de concreto armado, é preciso resistir aos esforços de momento fletor dimensionando a armadura longitudinal e também faz-se necessário combater o esforço cortante a partir da armadura transversal, conhecida também como estribos (FILHO, 2014).

Sempre que uma seção estiver submetida a um momento fletor se tem uma solicitação dita de flexão. A solicitação de flexão pode ser classificada como simples ou composta. Uma flexão é dita simples quando a única solicitação normal atuante é o momento fletor. Uma flexão é chamada composta quando atuam simultaneamente em uma seção um momento fletor e uma força normal (de tração ou de compressão). (FILHO, 2014, p. 3).

Conforme afirma Santos e Simões (2017), pode-se considerar que em relação aos esforços solicitantes, o concreto possui alta resistência à compressão e baixa resistência à tração. Por isso, quando submetidos à flexão, gerada pelo momento fletor, a estrutura deve receber armaduras longitudinais para combater os esforços da região tracionada, gerando assim as estruturas de concreto armado.

A força de cisalhamento, representada pela letra V, e o momento fletor, representado pela letra M, variam no decorrer de toda extensão da viga e podem ser

apresentados por gráficos denominados *diagramas de força cortante e momento fletor*. Estes diagramas colaboram no dimensionamento de materiais de reforço no interior da viga e no cálculo das dimensões da mesma nos diferentes pontos do seu comprimento (HIBBELER, 2010).

O cálculo do momento fletor (M_k) máximo situado no centro do vão de uma viga bi-apoiada é feito a partir da seguinte expressão:

$$M_k = \frac{q \cdot L^2}{8} \quad (7)$$

Em que:

q – Carga distribuída na viga;

L – Comprimento da viga.

2.3.1 Flexão simples

Segundo Araújo (2014), são necessárias hipóteses ao dimensionar estruturas de concreto armado à flexão simples:

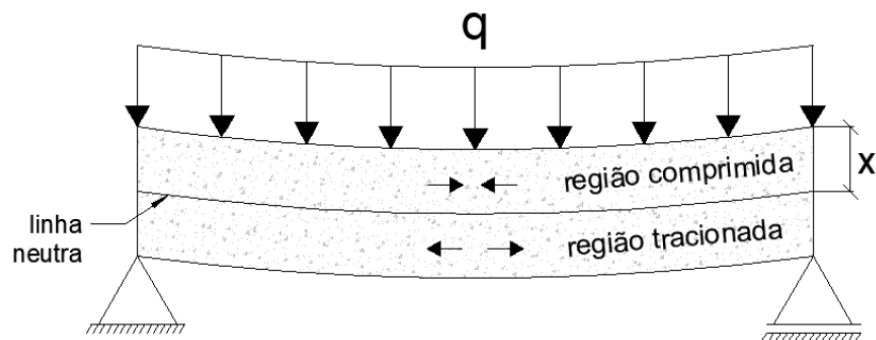
1. As seções transversais planas e normais ao eixo do elemento estrutural, se mantém desta forma após o elemento sofrer deformações. Admite-se então que a variação destas deformações ocorra de forma linear no decorrer da distribuição das alturas nas seções transversais.
2. Toma-se o princípio da aderência perfeita entre o concreto e a armadura, desta forma as deformações normais de ambos são consideradas iguais.
3. É considerado apenas a resistência do concreto à compressão, desprezando-se completamente sua resistência à tração. No estado-limite último, todo esforço de tração deve ser resistido somente pelas armaduras de aço.

2.4 Linha Neutra

A NBR 6118 (ABNT, 2014) exige verificações no dimensionamento de vigas e lajes. Uma delas é a posição da linha neutra, e nesta região as tensões internas de compressão e tração atuantes na estrutura são consideradas nulas. Moura (2019) afirmou que esta separa a

região comprimida da região tracionada dos elementos estruturais sujeitos à flexão simples. A Figura 6 apresenta as regiões de uma viga com carregamento transversal uniforme, que produz um momento fletor que determina a posição da linha neutra em relação à face externa da fibra comprimida. O valor obtido é necessário ao cálculo da área de aço que combaterá a tensão de tração que atua na viga.

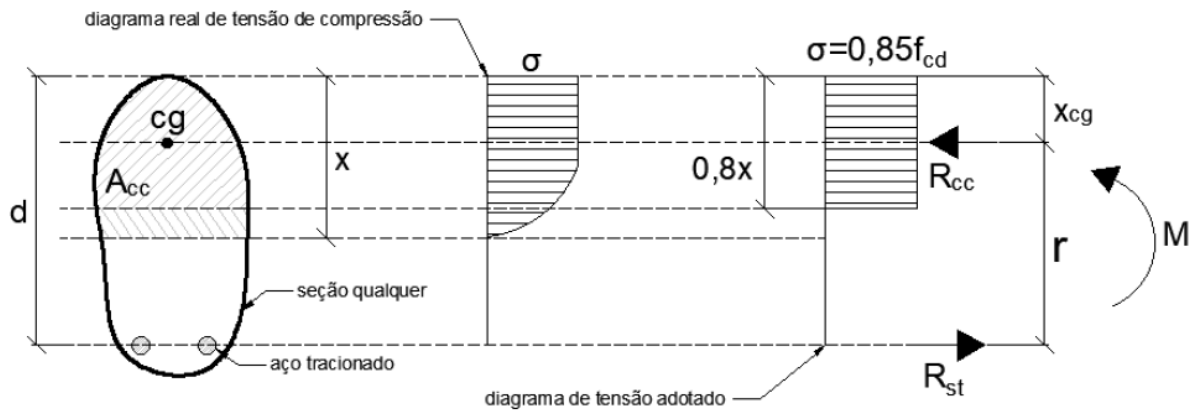
Figura 6 - Linha neutra em viga.



Fonte: Moura (2019).

Ainda de acordo com Moura (2019), ao equilibrar o momento fletor da região comprimida e do aço tracionado da seção transversal, encontra-se uma equação inicial para se encontrar a posição da linha neutra. De acordo com o previsto na NBR 6118 (ABNT, 2014), a tensão efetiva na fibra comprimida deve ser observada, pois a tensão de pico do concreto é 85% da tensão de cálculo a fim de garantir a segurança da região em questão. Para fins de cálculo, é considerada 80% da posição real da linha neutra, pois conforme afirmou Carvalho e Filho (2007), esta maneira é adotada para que a distribuição da tensão de compressão ocorra de forma homogênea. Na Figura 7 é possível analisar o exposto, onde é apresentado o gráfico de tensão real do concreto, analisado de forma real e de maneira retangular equivalente, para efeito de cálculo.

Figura 7 - Linha neutra numa seção qualquer.



Fonte: Moura (2019).

De acordo com Santos e Simões (2017, p. 1), “Sabe-se que o posicionamento da linha neutra tem influência direta no comportamento de elementos estruturais, visto que permite analisar o tipo de ruína em que a seção transversal do elemento se encontrará caso esse alcance o estado limite último.”

2.5 Estados-Limites

Conforme afirmou Filho (2014, p. 2), “Para se projetar uma estrutura com um adequado grau de segurança é necessário que se verifique a não ocorrência de uma série de estados limites.”

No método simplificado dos estados-limite é admitido que a estrutura estará segura se os esforços solicitantes de cálculo forem iguais ou inferiores aos valores suportados pela estrutura no estado-limite correspondente (BOTELHO; MARCHETTI, 2002). Estes estados-limites são classificados em estados-limites últimos (ELU) ou de ruína e estados-limites de serviço (ELS).

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), a garantia da segurança de uma estrutura ao estado-limite se dá pela expressão:

$$R_d \geq S_d \quad (8)$$

Em que:

R_d – Resistências de Cálculo;

S_d – Solicitações de Cálculo.

A NBR 6118 (ABNT, 2014), no item 12.3.1, verifica que os valores de cálculo das resistências se dão pela expressão:

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_m} \quad (9)$$

Em que:

f_k – Resistência característica;

γ_m – Coeficiente de ponderação das resistências.

Como aponta Araújo (2009), para o concreto, o valor do coeficiente de ponderação das resistências pode variar a depender da norma de projeto, como também das condições de concretagem. De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), no estado-limite último (ELU) deve-se ser adotado o valor de $\gamma_c = 1,4$ para o coeficiente de ponderação da resistência do concreto. E para o aço, o valor adotado para o coeficiente de ponderação da resistência no ELU é de $\gamma_s = 1,15$.

De forma geral, considera-se os valores de cálculo a seguir para o concreto e aço, respectivamente, no estado-limite último:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} \quad (10)$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} \quad (11)$$

2.5.1 Estados-limites últimos (ELU)

Para Filho (2014), os estados-limites últimos dizem respeito a capacidade máxima que uma estrutura é capaz de suportar. Como aponta Carvalho e Filho (2014), os estados-limites últimos relacionam-se ao colapso total ou parcial de uma estrutura que impossibilite o uso da mesma.

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), a verificação da segurança das estruturas de concreto armado deve ser feita a partir dos estados-limites últimos a seguir:

- a) estado de perda de equilíbrio da estrutura, admitida como corpo rígido;
- b) estado de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, devido às solicitações normais e tangenciais;
- c) estado de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, considerando o efeito de segunda ordem;
- d) estado impellido por solicitações dinâmicas;
- e) estado de colapso progressivo;
- f) estado de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, considerando a exposição ao fogo, conforme ABNT NBR 15200;
- g) estado de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, considerando ações sísmicas, conforme a ABNT NBR 15421.

2.5.2 *Estados-limites de serviço (ELS)*

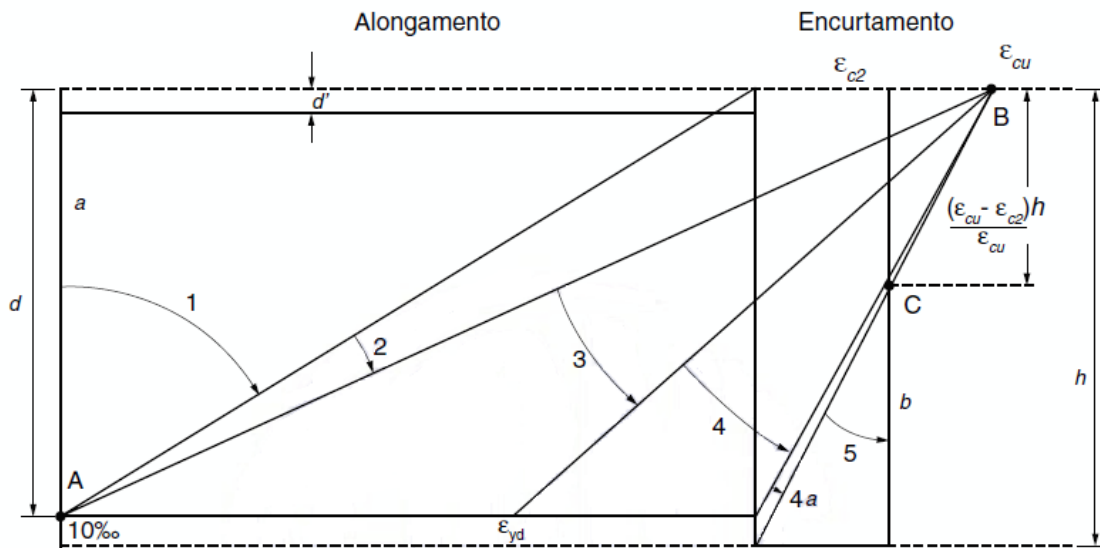
Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), os estados-limites de serviço relacionam-se à aparência e boa utilização, ao conforto do usuário e à durabilidade das estruturas. Alves e Pereira (2018) afirmam que a verificação deste estado-limite tem por finalidade alertar sobre os possíveis problemas que podem ocorrer na estrutura e que em geral não se tornam notórios no momento de sua utilização. Como aponta Filho (2014), os estados-limites de serviço a serem verificados nas estruturas de concreto armado são:

- a) abertura das fissuras;
- b) deformações excessivas;
- c) vibrações excessivas.

2.6 Domínios do Concreto

De acordo com Carvalho e Filho (2014), ao atingir valores no estado-limite último, a deformação de cálculo do concreto ou do aço na flexão tende a causar a ruína da seção transversal. Ao se tratar de uma seção transversal retangular de concreto armado com armadura simples, submetida apenas ao esforço de tração e a forças normais em configurações últimas ao longo da peça, a NBR 6118 (ABNT, 2014) caracteriza seis domínios de deformação, como mostra a Figura 8.

Figura 8 - Domínios de deformação de estado-limite último.



Fonte: ABNT NBR 6118: 2014

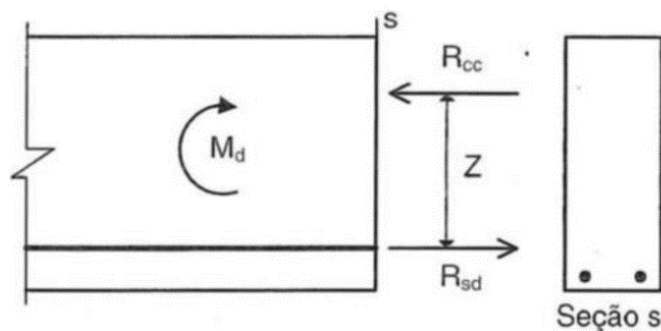
Conforme declara a NBR 6118 (ABNT, 2014), a figura acima pode ser explicada como:

- Reta a: caracteriza tração uniforme;
- Domínio 1: ocorre tração não uniforme, sem compressão;
- Domínio 2: caracteriza flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ($\epsilon_c < \epsilon_{cu}$ e com o máximo alongamento permitido);
- Domínio 3: há flexão simples (seção subarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento das armaduras ($\epsilon_s \geq \epsilon_{yd}$);
- Domínio 4: caracteriza flexão simples, com seção superarmada, ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento ($\epsilon_s < \epsilon_{yd}$);
- Domínio 4a: há flexão composta com armaduras comprimidas;
- Domínio 5: caracteriza compressão não uniforme, sem tração;
- Reta b: ocorre compressão uniforme.

O momento solicitante de cálculo (M_d) presente em uma seção transversal de uma peça de concreto armado submetida à flexão simples pode ser trabalhado como duas forças em equilíbrio situadas em igual distância uma da outra, que apresentam módulo e direção iguais, porém sentidos diferentes, como pode ser observado na Figura 9. Este último fator proporciona

o giro da seção, ocasionando o encurtamento da zona comprimida, compressão esta resistida pelo concreto (R_{cc}), e o alongamento da zona tracionada, sendo combatida pelo aço (R_{sd}). (SANTOS; SIMÕES; 2017).

Figura 9 - Elemento estrutural submetido à flexão simples.



Fonte: SANTOS; SIMÕES (2017)

Conforme aponta Araújo (2009, p. 4), “A ruptura nos domínios 2 e 3 é do tipo dúctil, ou com aviso prévio, o que é sempre desejável.”. Por isso, para solicitações últimas, seções com armadura simples sujeitas à flexão devem ser dimensionadas pressupondo que a ruptura venha a ocorrer no domínio 2 ou em parte do domínio 3, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014).

2.6.1 Ductilidade

Para Farage (1995), ductilidade é uma propriedade intrínseca que se traduz na capacidade de deformação inelástica de um material (como aço e concreto), seção, elemento ou sistema estrutural, sem que estes percam substancialmente resistência. Santos e Simões (2017) descrevem ductilidade como a capacidade que um material possui de se deformar até se romper. A análise da ductilidade ocorre na avaliação de diagramas tensão x deformação, obtidos através de ensaios de corpos de prova.

Como aponta Santos e Simões (2017), o comportamento dúctil do concreto armado na ruptura depende do domínio a ser escolhido nos cálculos de dimensionamento. Para os autores citados, a classificação de uma estrutura quanto à sua ductilidade se dá de três formas:

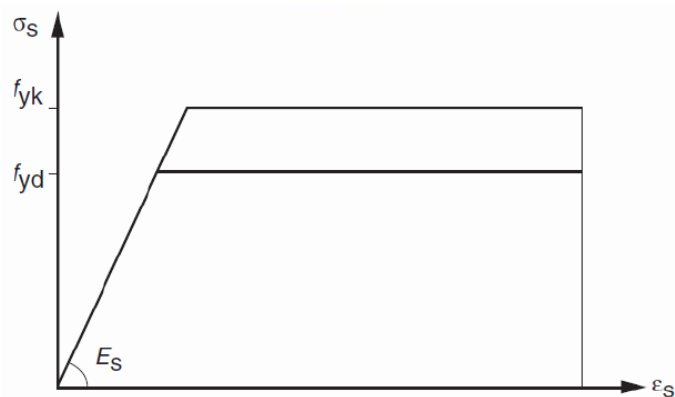
- Estrutura subarmada: caracteriza a ruína pela deformação excessiva das armaduras, sem que o concreto atinja o limite de deformação máxima. A ruptura é considerada dúctil, portanto, com aviso prévio, e verifica-se pelo domínio 2.

- Estrutura normalmente armada: quando a ruptura decorre do escoamento do aço e do esmagamento do concreto, e verifica-se pelo domínio 3.
- Estrutura superarmada: A ruína ocorre sem aviso prévio, pois a estrutura apresenta poucos indícios de fissuração antes de entrar em colapso. Se caracteriza pelo excesso de aço no elemento estrutural, e a deformação da armadura é menor que a correspondente a deformação de escoamento. O colapso do elemento se dá pelo esmagamento do concreto e verifica-se pelo domínio 4.

2.6.1.1 Diagrama tensão-deformação para o aço

Segundo Farage (1995), a ductilidade do aço é descrita com a deformação específica equivalente à tensão máxima analisada no diagrama tensão(σ_s) x deformação(ϵ_s), como mostra a Figura 10. Outro parâmetro considerado como indicador de ductilidade é a relação da tensão de ruptura e a tensão de escoamento.

Figura 10 - Diagrama de tensão-deformação do aço.

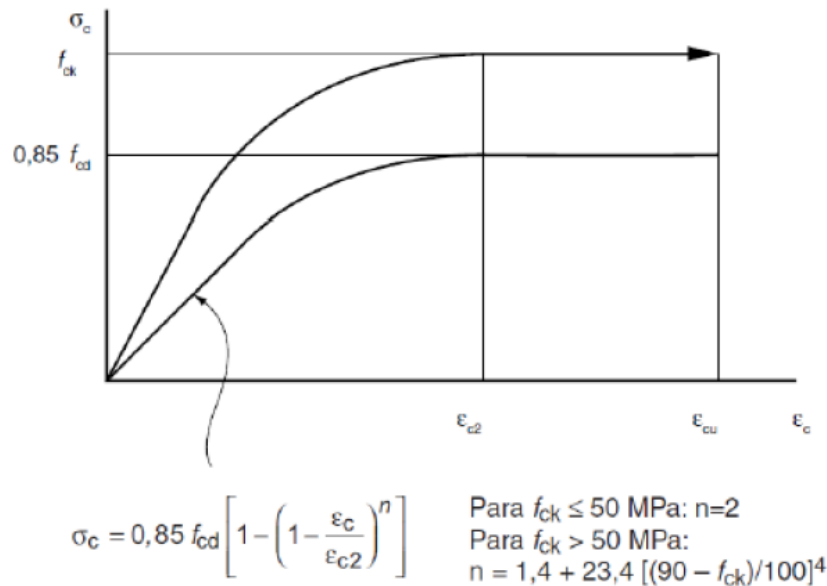


Fonte: ABNT NBR 6118: 2014

2.6.1.2 Diagrama tensão-deformação para o concreto

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), a curva tensão x deformação para o concreto em compressão no estado-limite último é representada pelo diagrama parábola-retângulo, que é obtido por ensaio de compressão simples. Para estudos no estado-limite último, emprega-se o diagrama mostrado na Figura 11.

Figura 11 - Diagrama de tensão-deformação do concreto.



Fonte: ABNT NBR 6118:2014

2.7 Equações da flexão Clássica

De acordo com Carvalho e Filho (2014), para concretos até C50, e conhecidos a resistência do concreto (f_{ck}), a largura da seção (b_w), a altura útil (d), o tipo de aço (f_{yd} e ϵ_{yd}), e o momento de cálculo M_d ($M_d=1,4.M_k$), o cálculo da posição da linha neutra e do dimensionamento da armadura longitudinal para seções transversais retangulares que resistirá as solicitações deste momento é feito com o equilíbrio das forças atuantes normais na seção transversal.

Segundo Santos e Simões (2017) e Moura (2019), para executar os cálculos do dimensionamento da seção de uma viga de concreto armado retangular submetida à flexão simples, deve-se considerar o equilíbrio do momento fletor solicitante atuante e o momento resistente fornecido pelos materiais da seção transversal (correspondente a região do concreto comprimido e do aço tracionado).

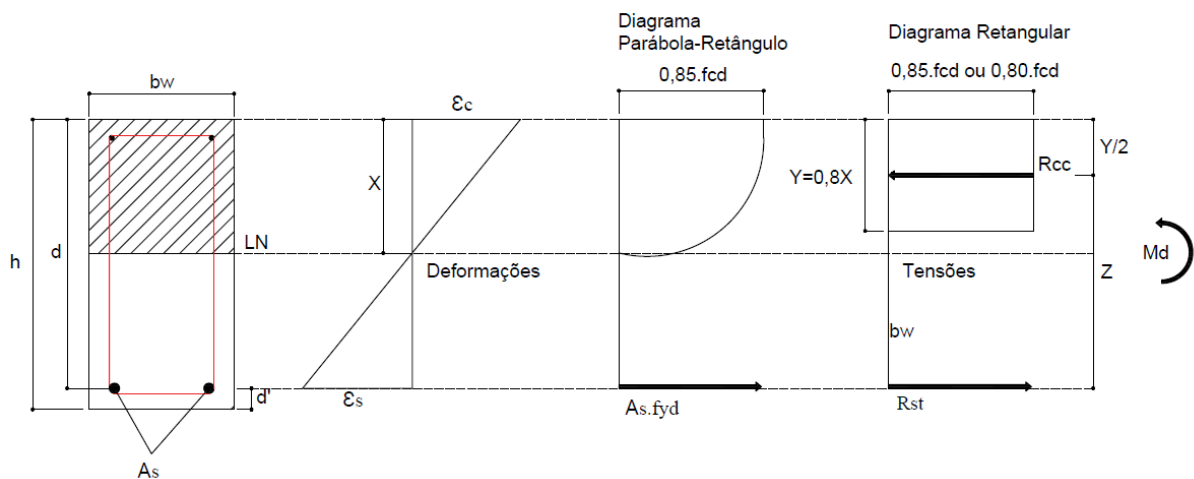
Como solução para utilização do diagrama parábola-retângulo para o concreto em compressão e para simplificar as equações de dimensionamento, emprega-se o diagrama retangular, sendo os resultados compatíveis com o primeiro diagrama (ARAÚJO, 2009).

2.7.1 Cálculo da posição da linha neutra (x)

Para Carvalho e Filho (2014), com a obtenção do valor da posição da linha neutra, pode-se analisar o domínio em que trabalha a peça e ainda encontrar a resultante das tensões de compressão no concreto (R_{cc}) e a distância (z) do centro de gravidade da região comprimida até a barra de aço tracionada, também conhecida como braço de alavanca.

De acordo com a Figura 12, é possível calcular o valor da força na região comprimida (R_{cc}) em função da tensão e da área, conforme Equação 12. Como já foi citado, a tensão de pico do concreto a ser considerada é 85% da tensão de cálculo, e será analisada 80% da posição real da linha neutra.

Figura 12 - Equilíbrio de forças no ELU.



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow 0,85 \cdot f_{cd} = \frac{R_{cc}}{A_{cc}} \rightarrow R_{cc} = 0,85 f_{cd} \cdot b_w [0,8 \cdot x]$$

$$R_{cc} = 0,68 \cdot b_w \cdot x \cdot f_{cd} \quad (12)$$

Em que:

f_{cd} – Tensão de resistência de cálculo do concreto;

R_{cc} – Força de reação da região comprimida;

A_{cc} – Área de concreto sob compressão;

b_w – Largura da seção

x – Posição da linha neutra

O valor do momento fletor de cálculo (M_d) na seção transversal é obtido pelo produto da força de reação da região comprimida (R_{cc}) pelo braço de alavanca (z), conforme a expressão a seguir:

$$Md = R_{cc} \cdot z \quad (13)$$

$$z = d - 0,4 \cdot x \quad (14)$$

Onde:

M_d – produto do momento fletor solicitante (M_k) atuante na seção pelo coeficiente de ponderação 1,4, adotado no estado-limite último.

d – Altura útil da viga

Substituindo a Equação 12 e 14 na Equação 13, tem-se a expressão para obter a posição da linha neutra.

$$Md = 0,68 \cdot b_w \cdot X \cdot f_{cd} \cdot (d - 0,4 \cdot X) \quad (15)$$

Resolvendo a Equação 15, obtém-se o valor de x referente a posição da linha neutra, sendo a equação um polinômio do segundo grau.

$$x = \frac{0,68 \cdot d \pm \sqrt{(0,68d)^2 - 4 \cdot 0,272 \cdot \left(\frac{Md}{b_w \cdot f_{cd}}\right)}}{0,544} \quad (16)$$

Conforme a ABNT NBR 6118 (2014, item 14.6.4.3), “A capacidade de rotação dos elementos estruturais é função da posição da linha neutra no ELU. Quanto menor for x/d , tanto maior será essa capacidade.”. A fim de obter um comportamento dúctil em vigas e lajes, a posição da linha neutra no estado-limite último deve seguir os limites a seguir:

- a) $x/d \leq 0,45$, para concretos com $f_{ck} \leq 50$ MPa;
- b) $x/d \leq 0,35$, para concretos com $50 \text{ Mpa} < f_{ck} \leq 90$ MPa.

Sendo:

x – Posição da linha neutra

d – Altura útil

Este trabalho abordará valores para x/d até o limite de 0,45, referentes a posição da linha neutra.

2.7.2 Cálculo da área necessária de armadura (A_s)

Admitindo o equilíbrio das forças horizontais, pode-se determinar a armadura de aço necessária para que haja resistência ao esforço solicitante.

$$R_{cc} = R_{st} \quad (17)$$

Onde:

R_{st} – Reação do aço

Os momentos estão em equilíbrio, por isso para calcular a área de aço adota-se a mesma equação anteriormente utilizada (Equação 13), mudando apenas a força de reação a ser analisada, que será a reação da área tracionada. A força de reação da armadura (R_{st}) é obtida pelo produto da área de aço pela tensão atuante no aço (f_{yd}):

$$Md = R_{st} \cdot Z \quad (18)$$

$$Md = A_s \cdot f_{yd} \cdot (d - 0,4 \cdot X) \quad (19)$$

$$A_s = \frac{Md}{f_{yd} \cdot (d - 0,4 \cdot X)} \quad (20)$$

Sendo:

f_{yd} – Resistência a tração de cálculo do aço.

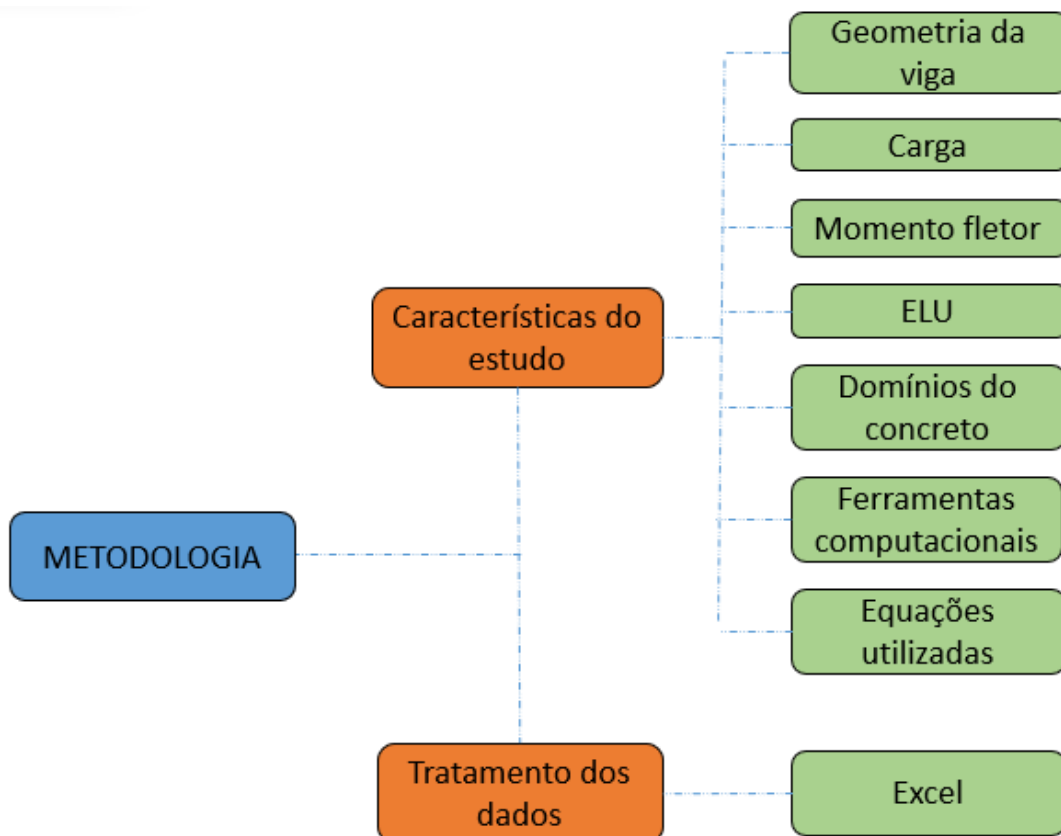
3 MATERIAIS E MÉTODOS

No capítulo em questão, serão apresentados os métodos e procedimentos que configuraram o presente trabalho. A partir de uma pesquisa bibliográfica, que se classifica como pesquisa aplicada, com abordagem qualitativa, utilizando-se do método hipotético-dedutivo, tornou-se possível obter o suporte necessário para a execução dos estudos. Neste capítulo, apresenta-se primeiro a definição da geometria da estrutura e a faixa de carregamento a ser estudada. Ademais são expostos os aplicativos utilizados. Para finalizar o capítulo são apresentadas as equações da flexão clássica, que serão necessárias para o cálculo analítico da posição da linha neutra e da armadura longitudinal tracionada no estado-limite último.

Este trabalho foi produzido sob o regimento das normas da Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT.

A Figura 13 apresenta o método empregado e a seguir serão descritas cada etapa da metodologia adotada.

Figura 13 – Fluxograma com metodologia utilizada.



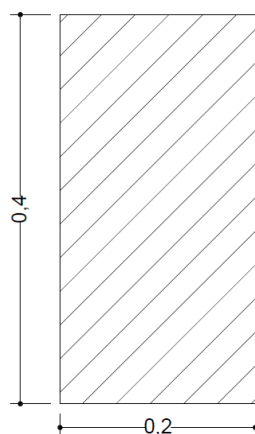
Fonte: Elaborado pelo autor.

3.1 Características do estudo

3.1.1 Definição da geometria da viga em análise

O modelo estrutural estudado foi uma viga de concreto armado e para a realização desta análise foi adotada a seguinte geometria da seção transversal da viga considerada: 20 cm de largura por 40 cm de altura, conforme a representação da Figura 14. A dimensão admitida para o comprimento da viga foi de 3 m, pois é considerada uma extensão habitualmente utilizada nos projetos de construção civil. O concreto escolhido para composição da peça foi de 25MPa, valor correspondente a sua resistência à compressão característica (f_{ck}). E para o aço foi escolhido o CA50, com valor correspondente de 500MPa para o valor da resistência ao escoamento característico (f_{yk}). Para acrescentar valor à estrutura, foram adicionados dois pilares de apoio, cada pilar com seção transversal de 20 cm de largura por 20 cm de altura. O valor admitido para o pé-direito foi de 2,88 m, considerado também por seu uso recorrente na prática.

Figura 14 - Seção transversal da viga em análise.

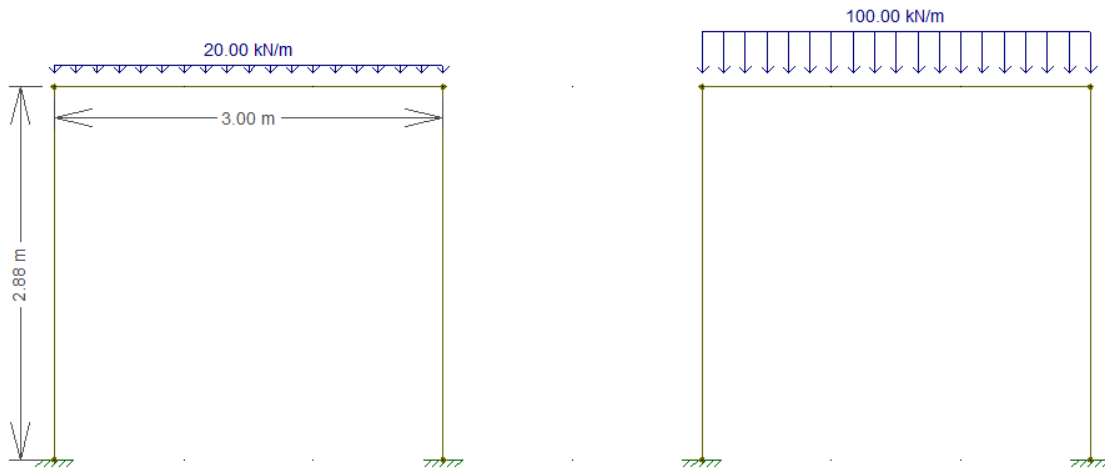


Fonte: Elaborado pelo autor.

3.1.2 Definição da carga

Os valores de carregamento contínuo estudados variaram entre a faixa de 20 a 100KN/m, como pode ser analisado na Figura 15. Esta variação acarretou na variação dos momentos fletores de cálculo.

Figura 15 – Distribuição da faixa de carregamento analisada.



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.1.3 Momento fletor

Na estrutura de uma viga de concreto armado sustentada por pilares em suas extremidades, trabalha-se o combate dos momentos fletores positivo, que compreende o comprimento da viga, e o negativo, combatido nos apoios. O presente trabalho abordou o cálculo dos momentos nos locais citados, sendo calculadas as áreas das armaduras positivas e negativas correspondentes aos esforços solicitantes. Para se obter os momentos fletores foi utilizado o *software* Ftool.

3.1.4 Estado-Limite Último

Na presente pesquisa, considerou-se o estado-limite último, que é caracterizado pelo início da plastificação da fibra comprimida; é neste estado que é aplicado o diagrama parábola-retângulo para as tensões do concreto e a peça se apresenta com muita fissuração.

3.1.5 Domínios do concreto

Dentre as configurações últimas ao longo de uma peça de concreto armado, a ruptura ideal para este estudo foi a dúctil, que acontece com aviso prévio, em que o concreto se

encontra no domínio 2 e 3, a fim de garantir maior ductilidade à peça. Caso esta esteja no domínio 3, a posição da linha neutra não deve ultrapassar 0,45, na relação x/d , para atuação somente de armaduras simples. A pesquisa realizada contemplou profundidades que compreendem este limite e ainda um pouco maiores do que o recomendado apenas para se observar os carregamentos que precisaram se utilizar de armaduras mais reforçadas.

3.1.6 Escolha das ferramentas computacionais utilizadas nas análises estruturais

Para a produção da figura esquemática da estrutura, foi empregado o *software* AutoCad. Na análise da distribuição de cargas na estrutura, foi utilizado o aplicativo Ftool. Nele foram inseridos os dados característicos do concreto, a geometria da peça e a variação do carregamento contínuo para efeito de comparação, e com isso foi possível visualizar valores referentes aos momentos fletores. O Microsoft Excel foi valido na criação de planilhas para otimização dos cálculos, valendo-se dos dados obtidos no aplicativo Ftool a fim de se obter a resolução das equações da flexão e determinar as diferentes posições da linha neutra e área de aço das armaduras longitudinais correspondentes.

3.1.7 Equações utilizadas

Para atingir o objetivo do trabalho foi necessário o ajuntamento de equações analíticas da flexão clássica. Tais quais são reproduzidas a seguir.

3.1.7.1 Cálculo do momento fletor solicitante de cálculo (M_d)

$$M_d = 1,4. M_k \quad (21)$$

Em que:

M_d – Momento fletor solicitante de cálculo

M_k – Momento fletor solicitante

Os valores de M_k foram obtidos a partir do *software* Ftool.

3.1.7.2 Cálculo da posição da linha neutra (x)

Um dos fatores imprescindíveis para o cálculo da linha neutra é a altura útil da viga (d). Seu valor é obtido através da expressão:

$$d = h - d' \quad (22)$$

$$d' = c_{nom} + \phi_{estribo} + \phi_{long}/2 \quad (23)$$

Em que:

h – Altura da seção da viga;

c_{nom} – Cobrimento nominal admitido por norma a depender da classe de agressividade ambiental (ABNT NBR 6118:2014, item 7.4.7.6, Tabela 7.2 – Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal para $\Delta c = 10\text{mm}$);

$\phi_{estribo}$ – Diâmetro da bitola do estribo (valor estimado);

ϕ_{long} – Diâmetro da bitola da armadura longitudinal (valor estimado).

Para este trabalho, os valores admitidos das variáveis para o cálculo de d' são considerados a seguir:

- A classe de agressividade ambiental admitida conforme a Tabela 7.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014) foi a II, portanto o valor para o cobrimento nominal verificado pela norma foi de 3,5cm.
- Os valores estimados para o diâmetro do estribo e da armadura longitudinal foram 0,5 e 1 cm, respectivamente. Portanto, o valor de d' correspondente foi de 4,5 cm. Porém, foi adotado o valor de 5 cm para execução dos cálculos.

Para se encontrar a posição da linha neutra, considerou-se a Equação 15, presente no item 2.7.1 deste trabalho, mas para efeito de cálculo e aplicação no Microsoft Excel, ela foi simplificada como mostram as equações a seguir:

$$Md = 0,68 \cdot b_w \cdot X \cdot f_{cd} \cdot (d - 0,4 \cdot X) \quad (15)$$

$$M_d = (0,68 \cdot x \cdot d - 0,272 \cdot x^2) \cdot b_w \cdot f_{cd} \quad (24)$$

$$(0,272 \cdot b_w \cdot f_{cd}) \cdot x^2 + (-0,68 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot d) \cdot x + M_d = 0 \quad (25)$$

$$1 \cdot x^2 - \frac{0,68 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot d \cdot x}{0,272 \cdot b_w \cdot f_{cd}} + \frac{M_d}{0,272 \cdot b_w \cdot f_{cd}} = 0 \quad (26)$$

$$1 \cdot x^2 - 2,5 \cdot d \cdot x + \frac{3,68 \cdot M_d}{b_w \cdot f_{cd}} = 0 \quad (27)$$

Em que:

M_d = Momento fletor solicitante de cálculo

b_w = Largura da seção

x = Posição da linha neutra

f_{cd} = Resistência de cálculo do concreto a compressão.

d = Altura útil da viga

Utilizou-se a fórmula de Bhaskara, apresentada a seguir, para resolver a equação do 2º grau:

$$x = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A} \quad (28)$$

Desta forma, os valores de A, B e C que suprem a Equação 27 se configuram como mostra a seguir:

$$A = 1 \quad (29)$$

$$B = -(2,5 \cdot d) \quad (30)$$

$$C = \frac{3,68 \cdot M_d}{b_w \cdot f_{cd}} \quad (31)$$

Sendo assim, foi possível calcular a posição da linha neutra de forma analítica e se utilizando do Microsoft Excel.

3.1.7.3 Cálculo da área necessária de armadura (A_s)

Para o cálculo da área de armadura, utilizou-se a Equação 20, presente no item 2.7.2 deste trabalho.

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd} \cdot [d - 0,4 \cdot X]} \quad (20)$$

Em que:

f_{yd} – Resistência ao escoamento (tração) de cálculo do aço.

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), é possível calcular a armadura mínima a ser utilizada, como demonstra a expressão:

$$A_{s,min} = \rho_{min}(\%) \cdot A_c \quad (32)$$

Em que:

$A_{s,min}$ = Área de aço mínima

ρ_{min} = Taxa mínima de armadura de flexão

A_c = Área bruta da seção do concreto

O item 17.3.5.2.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), é composto pela Tabela 17.3 – Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas, que verifica os valores de ρ_{min} para o cálculo das armaduras mínimas de tração.

3.2 Tratamento dos dados

Com os dados referentes à geometria da viga, os valores de resistência à compressão característica do concreto (f_{ck}) e da resistência ao escoamento característico do aço (f_{yk}) presentes no item 3.1.1, dos valores correspondentes à faixa dos carregamentos contínuos considerados no aplicativo Ftool presentes no item 3.1.2, e da altura útil a ser considerada presente no item 3.1.7.2, tornou-se possível a criação de uma planilha no Microsoft Excel. Assim, obteve-se as diferentes posições da linha neutra para o estado-limite último a partir da equação 28, e com isso analisar a cobertura de aço necessária para combater os esforços atuantes, conforme as equações 20 e 32.

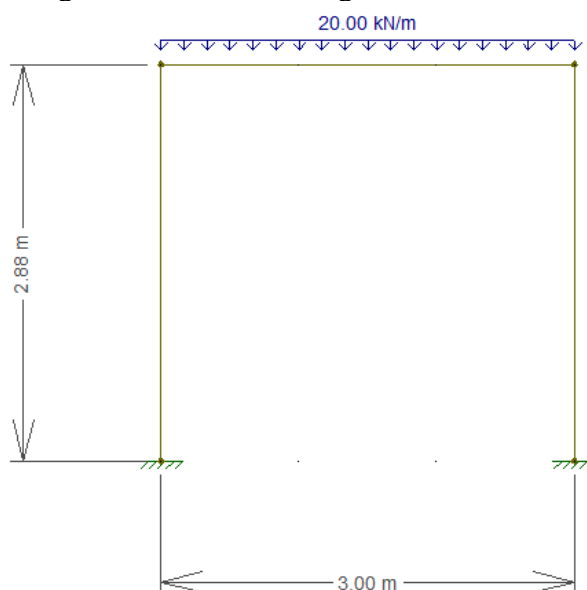
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Análise no Ftool

Para análise do estudo em questão, no aplicativo Ftool foram inseridos os dados de cargas, dimensões da viga e dos pilares, posicionamento dos apoios e parâmetros característicos do concreto. O aplicativo considera os efeitos da estrutura em formato de pórtico, o que influencia diretamente nos valores dos momentos fletores, pois as reações dos pilares geram momentos negativos, que conseqüentemente altera na redução do momento positivo no centro do vão. O alívio dos momentos positivos, por efeito dos momentos nos apoios apresentados pelo Ftool, se diferencia do método analítico, pois este considera que nos pilares os momentos são nulos. Estas considerações afetam diretamente na área das armaduras necessárias ao combate da flexão na estrutura, pois com o uso do *software* é possível obter economia nos resultados dos cálculos da área de aço.

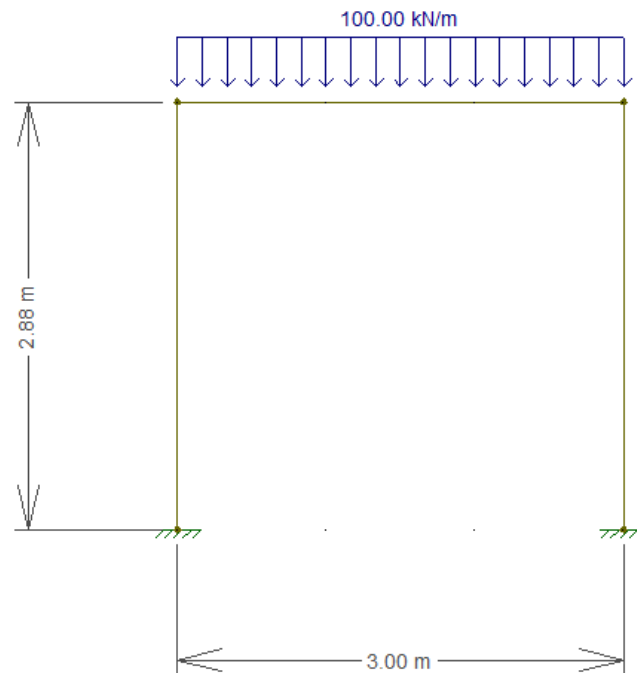
As Figuras 16 e 17 apresentam a plotagem do modelo estudado no Ftool com os carregamentos mínimo e máximo analisados. Observa-se que os pilares possuem altura 2,88 m e distam um do outro 3 m, que equivale ao comprimento da viga, submetida a faixa de carregamento distribuído que varia entre 20KN/m e 100KN/m.

Figura 16 – Viga submetida ao carregamento mínimo de 20 KN/m.



Fonte: Elaborado pelo autor.

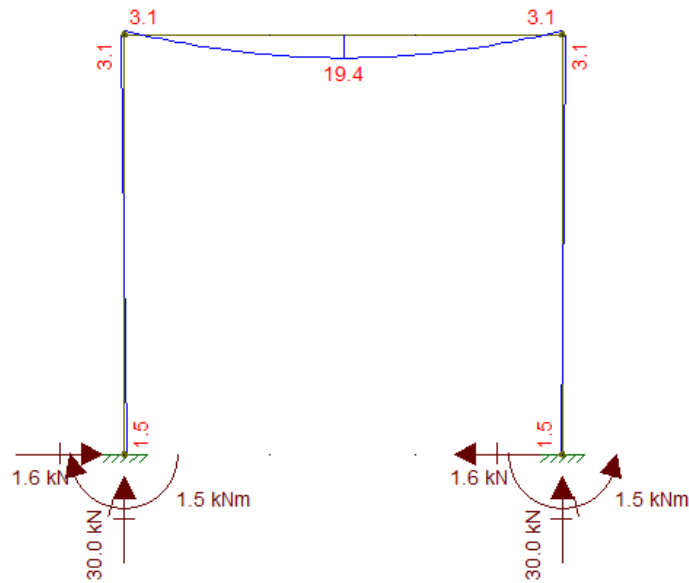
Figura 17 – Viga submetida ao carregamento máximo de 100 kN/m.



Fonte: Elaborado pelo autor.

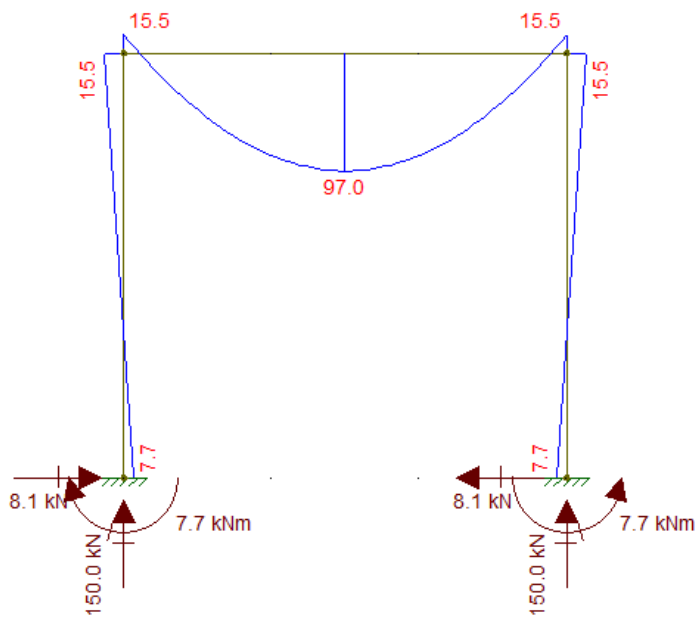
A seguir, as Figuras 18 e 19 mostram as reações dos pilares sob a viga, sendo que com o carregamento mínimo assume o valor de 30 kN e com o carregamento máximo constata-se o valor de 150 kN, e os diagramas de momentos fletores da estrutura, como os momentos negativos nos apoios, com valores de 3,1 kN/m e 15,5 kN/m para os carregamentos mínimo e máximo, respectivamente, e os momentos máximos positivos no centro do vão, que assumem os valores de 19,4 kN/m e 97 kN/m para os carregamentos mínimo e máximo, respectivamente. É possível observar também as reações e os momentos que agem na base dos pilares em consequência da distribuição dos esforços na estrutura do pórtico.

Figura 18 – Reações e Momentos Fletores com o carregamento mínimo de 20 KN/m.



Fonte: Elaborado pelo autor.

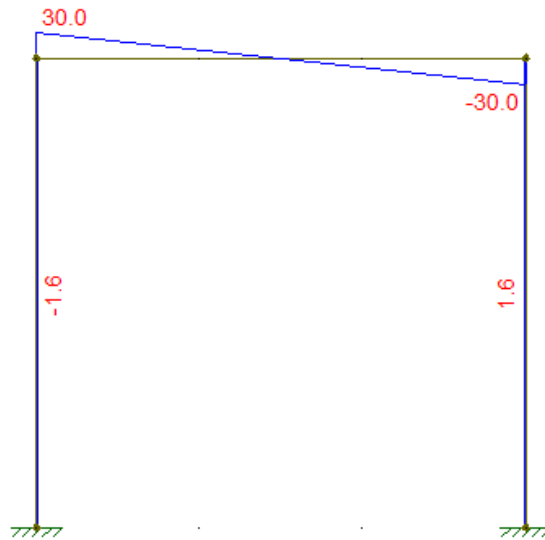
Figura 19 – Reações e Momentos Fletores com o carregamento máximo de 100 KN/m.



Fonte: Elaborado pelo autor.

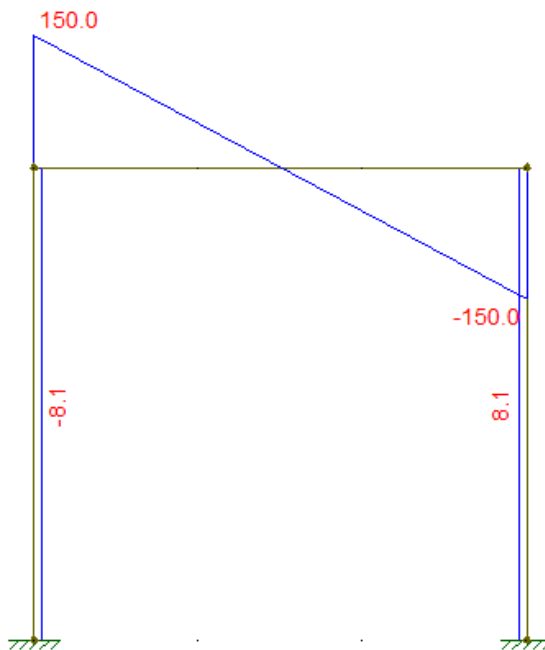
A seguir, as imagens apresentam a plotagem dos diagramas de força cortante para os carregamentos mínimo e máximo.

Figura 20 – Força cortante para o carregamento mínimo de 20 KN/m.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 21 – Força cortante para o carregamento máximo de 100 KN/m.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2 Dimensionamento à flexão no Microsoft Excel

Para cada valor de carregamento inserido no Ftool, foram produzidos momentos positivos e negativos característicos. Utilizando-se destes dados dos momentos fletores, uma

planilha no Microsoft Excel foi criada para calcular os valores da posição da linha neutra e da área de aço da armadura longitudinal necessária à composição. A Tabela 1 demonstra a planilha utilizada para realização dos cálculos, preenchida com valores correspondentes ao momento positivo de 19,40 KN.m para o carregamento de 20 KN/m. Os valores destacados na tabela abaixo correspondem ao momento característico calculado pelo Ftool, a posição da linha neutra e a área necessária de armadura na seção transversal.

Tabela 1 – Cálculo do dimensionamento à flexão para o carregamento de 20 KN/m.

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO		
DADOS		Unidade
Largura =	20,00	Cm
Altura =	40,00	Cm
d' =	5,00	Cm
d =	35,00	Cm
0,45d =	15,75	Cm
Mk =	19,40	KNm
Mk =	1.940.000,00	N.cm
Md =	27,16	KNm
Md =	2.716.000,00	N.cm
fck =	25	MPA
POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA		
Mk =	1.940.000,00	Ncm
Md =	2.716.000,00	Ncm
bw =	20,00	Cm
fcd =	1.785,71	N/cm ²
d =	35,00	Cm
A =	1,00	
B = -	87,50	
C =	279,59	
Delta =	6.537,90	
x1 =	84,18	Cm
x2 =	3,32	Cm
x/d =	0,09	
ÁREA DE AÇO		
fyd =	43.478,26	N/cm ²
As =	1,86	cm ²
As,min =	1,2	cm ²

Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir da área de aço encontrada, é possível analisar de maneira instintiva a melhor distribuição de barras da armadura longitudinal para atender à solicitação. A Tabela 2 apresenta os diâmetros das barras, com suas respectivas áreas e apresenta a área total correspondente ao número de barras à escolha do administrador dos cálculos, analisada para o carregamento de 20 KN/m, com área de armadura positiva na seção transversal de 1,86cm². Assim sendo, serão necessárias 3 Ø 10mm para atender à solicitação.

Tabela 2 – Distribuição das barras de aço para o carregamento de 20 KN/m.

Bitola (mm)	Bitola (cm)	Área(cm ²)	Nº Barras	Total(cm ²)
5	0,5	0,20	3,000	0,59
6,3	0,63	0,31	3,000	0,94
8	0,8	0,50	3,000	1,51
10	1	0,79	3,000	2,36
12,5	1,25	1,23	3,000	3,68
16	1,6	2,01	3,000	6,03
20	2	3,14	3,000	9,42
32	3,2	8,04	3,000	24,13

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.3 Análise da relação x/d

O presente trabalho restringiu-se ao estudo estrutural de uma viga de concreto dimensionada no estado-limite último (ELU), e para isto, é verificado que a relação x/d, que relaciona a posição da linha neutra e a altura útil da viga, não deve ultrapassar o valor de 0,45, para que a estrutura seja considerada dúctil, sua ruína ocorra com aviso prévio e sua armadura seja simplesmente armada. As tabelas que serão apresentadas a seguir formam o banco de dados de toda a faixa de carregamento analisada, com seus respectivos momentos positivos e negativos utilizados para dimensionar as armaduras positiva e negativa, a posição da linha neutra, a relação x/d e a área de aço. De acordo com a análise realizada, notou-se que com o aumento da carga distribuída disposta sobre a viga, ocorreu o aumento da distância da posição da linha neutra em relação à face da fibra comprimida e, conseqüentemente, do valor da relação x/d.

Na análise da Tabela 3 dos momentos fletores positivos, nota-se que o carregamento correspondente ao valor de 0,45 para x/d, é a carga de 81 KN/m. Portanto, para carregamentos

superiores a este valor, será necessário o reforço da armadura longitudinal, deixando de ser utilizada armadura simples, que foi o foco da presente pesquisa.

Considerando os momentos fletores negativos, na Tabela 4 se nota que a relação x/d não ultrapassa 0,08. Portanto, para a armadura negativa, nesta faixa de carregamento, sempre poderá ser utilizada armadura simples.

Tabela 3 – Dimensionamento da armadura positiva.

ARMADURA POSITIVA				
Carga (KN/m)	Momento positivo (KN.m)	Posição da linha neutra (cm)	x/d	Área de aço (cm ²)
20,00	19,40	3,32	0,09	1,86
21,00	20,40	3,50	0,10	1,96
22,00	21,30	3,66	0,10	2,05
23,00	22,30	3,84	0,11	2,15
24,00	23,30	4,02	0,11	2,25
25,00	24,30	4,20	0,12	2,35
26,00	25,20	4,37	0,12	2,44
27,00	26,20	4,55	0,13	2,54
28,00	27,20	4,74	0,14	2,65
29,00	28,10	4,90	0,14	2,74
30,00	29,10	5,09	0,15	2,84
31,00	30,10	5,28	0,15	2,95
32,00	31,00	5,44	0,16	3,04
33,00	32,00	5,63	0,16	3,15
34,00	33,00	5,82	0,17	3,25
35,00	34,00	6,01	0,17	3,36
36,00	34,90	6,19	0,18	3,46
37,00	35,90	6,38	0,18	3,56
38,00	36,90	6,57	0,19	3,67
39,00	37,80	6,75	0,19	3,77
40,00	38,80	6,94	0,20	3,88
41,00	39,80	7,14	0,20	3,99
42,00	40,70	7,32	0,21	4,09
43,00	41,70	7,51	0,21	4,20
44,00	42,70	7,71	0,22	4,31
45,00	43,70	7,91	0,23	4,42
46,00	44,60	8,09	0,23	4,52
47,00	45,60	8,30	0,24	4,63
48,00	46,60	8,50	0,24	4,75

Continua.

Continuação.

ARMADURA POSITIVA				
Carga (KN/m)	Momento positivo (KN.m)	Posição da linha neutra (cm)	x/d	Área de aço (cm ²)
49,00	47,50	8,69	0,25	4,85
50,00	48,50	8,89	0,25	4,97
51,00	49,50	9,10	0,26	5,08
52,00	50,40	9,29	0,27	5,19
53,00	51,40	9,50	0,27	5,30
54,00	52,40	9,71	0,28	5,42
55,00	53,40	9,92	0,28	5,54
55,00	53,40	9,92	0,28	5,54
56,00	54,30	10,11	0,29	5,65
57,00	55,30	10,33	0,30	5,77
58,00	56,30	10,54	0,30	5,89
59,00	57,20	10,74	0,31	6,00
60,00	58,20	10,96	0,31	6,12
61,00	59,20	11,18	0,32	6,24
62,00	60,10	11,38	0,33	6,36
63,00	61,10	11,60	0,33	6,48
64,00	62,10	11,83	0,34	6,61
65,00	63,10	12,05	0,34	6,73
66,00	64,00	12,26	0,35	6,85
67,00	65,00	12,49	0,36	6,98
68,00	66,00	12,72	0,36	7,10
69,00	66,90	12,93	0,37	7,22
70,00	67,90	13,16	0,38	7,35
71,00	68,90	13,40	0,38	7,49
72,00	69,90	13,64	0,39	7,62
73,00	70,80	13,86	0,40	7,74
74,00	71,80	14,10	0,40	7,87
75,00	72,80	14,34	0,41	8,01
76,00	73,70	14,56	0,42	8,13
77,00	74,70	14,81	0,42	8,27
78,00	75,70	15,06	0,43	8,41
79,00	76,60	15,29	0,44	8,54
80,00	77,60	15,54	0,44	8,68
81,00	78,60	15,80	0,45	8,82
82,00	79,60	16,06	0,46	8,97
83,00	80,50	16,29	0,47	9,10
84,00	81,50	16,56	0,47	9,25
85,00	82,50	16,82	0,48	9,40

Continua.

Continuação.

ARMADURA POSITIVA				
Carga (KN/m)	Momento positivo (KN.m)	Posição da linha neutra (cm)	x/d	Área de aço (cm ²)
86,00	83,40	17,06	0,49	9,53
87,00	84,40	17,34	0,50	9,68
88,00	85,40	17,61	0,50	9,84
89,00	86,30	17,86	0,51	9,98
90,00	87,30	18,14	0,52	10,13
91,00	88,30	18,42	0,53	10,29
92,00	89,30	18,71	0,53	10,45
93,00	90,20	18,97	0,54	10,60
94,00	91,20	19,26	0,55	10,76
95,00	92,20	19,56	0,56	10,92
96,00	93,10	19,83	0,57	11,07
97,00	94,10	20,13	0,58	11,24
98,00	95,10	20,44	0,58	11,42
99,00	96,00	20,72	0,59	11,57
100,00	97,00	21,03	0,60	11,75

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 4 – Dimensionamento da armadura negativa.

ARMADURA NEGATIVA				
Carga (KN/m)	Momento negativo (KN.m)	Posição da linha neutra	x/d	Área de aço (cm ²)
20,00	3,10	0,51	0,01	0,29
21,00	3,30	0,55	0,02	0,31
22,00	3,40	0,56	0,02	0,31
23,00	3,60	0,60	0,02	0,33
24,00	3,70	0,61	0,02	0,34
25,00	3,90	0,65	0,02	0,36
26,00	4,00	0,66	0,02	0,37
27,00	4,20	0,70	0,02	0,39
28,00	4,30	0,71	0,02	0,40
29,00	4,50	0,75	0,02	0,42
30,00	4,60	0,76	0,02	0,43
31,00	4,80	0,80	0,02	0,45
32,00	5,00	0,83	0,02	0,46
33,00	5,10	0,85	0,02	0,47
34,00	5,30	0,88	0,03	0,49
35,00	5,40	0,90	0,03	0,50

Continua.

Continuação.

ARMADURA NEGATIVA				
Carga (KN/m)	Momento negativo (KN.m)	Posição da linha neutra	x/d	Área de aço (cm ²)
36,00	5,60	0,93	0,03	0,52
37,00	5,70	0,95	0,03	0,53
38,00	5,90	0,98	0,03	0,55
39,00	6,00	1,00	0,03	0,56
40,00	6,20	1,03	0,03	0,58
41,00	6,30	1,05	0,03	0,59
42,00	6,50	1,08	0,03	0,61
43,00	6,70	1,12	0,03	0,62
44,00	6,80	1,13	0,03	0,63
45,00	7,00	1,17	0,03	0,65
46,00	7,10	1,19	0,03	0,66
47,00	7,30	1,22	0,03	0,68
48,00	7,40	1,24	0,04	0,69
49,00	7,60	1,27	0,04	0,71
50,00	7,70	1,29	0,04	0,72
51,00	7,90	1,32	0,04	0,74
52,00	8,10	1,36	0,04	0,76
53,00	8,20	1,37	0,04	0,77
54,00	8,40	1,41	0,04	0,79
55,00	8,50	1,42	0,04	0,79
55,00	8,50	1,42	0,04	0,79
56,00	8,70	1,46	0,04	0,81
57,00	8,80	1,47	0,04	0,82
58,00	9,00	1,51	0,04	0,84
59,00	9,10	1,53	0,04	0,85
60,00	9,30	1,56	0,04	0,87
61,00	9,40	1,58	0,05	0,88
62,00	9,60	1,61	0,05	0,90
63,00	9,80	1,65	0,05	0,92
64,00	9,90	1,66	0,05	0,93
65,00	10,10	1,70	0,05	0,95
66,00	10,20	1,71	0,05	0,96
67,00	10,40	1,75	0,05	0,98
68,00	10,50	1,77	0,05	0,99
69,00	10,70	1,80	0,05	1,01
70,00	10,80	1,82	0,05	1,01

Continua.

Continuação.

ARMADURA NEGATIVA				
Carga (KN/m)	Momento negativo (KN.m)	Posição da linha neutra	x/d	Área de aço (cm ²)
71,00	11,00	1,85	0,05	1,03
72,00	11,10	1,87	0,05	1,04
73,00	11,30	1,90	0,05	1,06
74,00	11,50	1,94	0,06	1,08
75,00	11,60	1,95	0,06	1,09
76,00	11,80	1,99	0,06	1,11
77,00	11,90	2,01	0,06	1,12
78,00	12,10	2,04	0,06	1,14
79,00	12,20	2,06	0,06	1,15
80,00	12,40	2,09	0,06	1,17
81,00	12,50	2,11	0,06	1,18
82,00	12,70	2,14	0,06	1,20
83,00	12,90	2,18	0,06	1,22
84,00	13,00	2,20	0,06	1,23
85,00	13,20	2,23	0,06	1,25
86,00	13,30	2,25	0,06	1,26
87,00	13,50	2,28	0,07	1,28
88,00	13,60	2,30	0,07	1,28
89,00	13,80	2,34	0,07	1,30
90,00	13,90	2,35	0,07	1,31
91,00	14,10	2,39	0,07	1,33
92,00	14,20	2,40	0,07	1,34
93,00	14,40	2,44	0,07	1,36
94,00	14,60	2,47	0,07	1,38
95,00	14,70	2,49	0,07	1,39
96,00	14,90	2,53	0,07	1,41
97,00	15,00	2,54	0,07	1,42
98,00	15,20	2,58	0,07	1,44
99,00	15,30	2,60	0,07	1,45
100,00	15,50	2,63	0,08	1,47

Fonte: Elaborado pelo autor.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base no estudo realizado, notou-se que o carregamento ao qual uma estrutura de concreto armado esteja submetida implica, dentre outras características, em sua resistência, sendo esta à compressão e/ou à tração, enfatizando a necessidade da ação de constituintes pré-dimensionados capazes de combater todos os esforços solicitados.

Dentre os cálculos considerados, a variação do carregamento contínuo influenciou diretamente nos valores dos momentos fletores positivos e negativos sobre a viga analisada, estabelecendo a seguinte relação dentre esses fatores: quanto maior o carregamento contínuo, maior será o valor assumido dos momentos fletores, e ocorre conseqüentemente o aumento da distância da posição da linha neutra em relação à face da fibra comprimida, elevando a demanda de área de aço da peça. Ademais, também é possível estabelecer o carregamento limite ao qual a estrutura analisada poderá suportar sem que ocorra seu colapso sem aviso prévio, colaborando na ação de medidas para impedir a consolidação de eventuais acidentes e tragédias.

A partir disto, é possível ter conhecimento da quantidade de zona comprimida, combatida exclusivamente pelo concreto, e da zona tracionada, que necessita da ação das armaduras de aço. Isto implica diretamente no custo dos insumos de concreto e aço no valor do orçamento do empreendimento, podendo assim evitar o desperdício de material e a oneração do projeto e ainda evitar o subdimensionamento, capaz de comprometer a integridade da estrutura.

Para finalizar, a utilização de ferramentas computacionais contribui em peso nos cálculos estruturais, auxiliando na otimização do tempo de trabalho dos engenheiros calculistas, no controle das variáveis que englobam a análise, contribuindo assim no planejamento e na execução dos projetos trabalhados.

5.1 Sugestões para futuras pesquisas

A seguir são apresentadas algumas sugestões que possam embasar futuras pesquisas sobre o tema tratado neste trabalho:

- Estudar a posição da linha neutra com a variação do carregamento contínuo em vigas contínuas de concreto armado.
- Estudar a posição da linha neutra com a variação do carregamento contínuo em vigas bi-apoiadas e contínuas com diferentes geometrias.

REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 5738**: Concreto – Procedimento para moldagem e cura de corpos de prova. Rio de Janeiro: ABNT, 2015 Versão Corrigida: 2016.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 5739**: Concreto – Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos. Rio de Janeiro: ABNT, 2018.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014 Versão Corrigida: 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 15200**: Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio. Rio de Janeiro: ABNT, 2012.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 15421**: Projeto de estruturas resistentes a sismos – Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2006.
- ALVES, L. M. M.; PEREIRA, M. C. da S.; **Estudo de vigas mistas aço-concreto** (dimensionamento). 2018. 77 f. Monografia (Graduação em Engenharia Civil) – UniEvangélica, Anápolis, 2018.
- ARAÚJO, J. M. de. Dimensionamento à flexão simples de seções transversais de concreto armado com ênfase na ductilidade. **Teoria e Prática na Engenharia Civil**, Rio Grande, n.14, p.01-13, out, 2009.
- ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado**. v.1, 4 ed., Rio Grande: Dunas, 2014.
- BASTOS, P. S. dos S. **Flexão normal simples – Vigas**. Faculdade de Engenharia, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2015.
- BASTOS, P. S. dos S. **Fundamentos do concreto armado**. Faculdade de Engenharia, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2019.
- BOTELHO, M. H. C.; MARCHETTI, O. **Concreto Armado: Eu te amo**. 3. ed. São Paulo: Edgard Blucher LTDA, 2002.
- CARVALHO, R. C.; FILHO, J. R. F. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**: Segundo a NBR 6118:2014. 4. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014.
- CARVALHO, R. C.; FILHO, J. R. F. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. 3. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2007.
- ISAIA, G. C. **CONCRETO: Ensino, Pesquisa e Realizações**. v. 01, São Paulo: IBRACON, 2005.
- EVANGELISTA, M. de S. Dimensionamento de viga de concreto armado através de software de cálculo e cálculo analítico: Estudo comparativo. 2020. 28 f. Monografia (Graduação em Engenharia Civil) – Centro Universitário UniFanor, Fortaleza, 2020.

FARAGE, M. C. R. **Influência da Resistência do Concreto na Ductilidade de Vigas.** 1995. 129 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Coordenação dos Programas de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1995.

FILHO, A. C. **Dimensionamento de seções retangulares de concreto armado à flexão composta normal.** 2014. 36 f. Artigo – Escola de Engenharia, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

GOUVÊA, S. D. R.; GOUVÊA, Y. R. S. **Estudo da limitação da profundidade da linha neutra inserida na ABNT NBR 6118 em 2003 e alterada em 2014.** 2017. 53 f. Monografia (Graduação em Engenharia Civil) – Faculdades Integradas de Caratinga, Caratinga, 2017.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais.** 7. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

JUNIOR, F. H. M. M.; OLIVEIRA, D. M. de. Otimização de vigas de concreto armado com seção retangular submetidas à flexão normal simples. **Construindo**, Belo Horizonte, v.06, n.01, p. 51-57, jan/jun, 2014.

MOURA, T. R. C. de. Demonstração do cálculo da linha neutra em vigas submetidas à flexão. **Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento**, ano 04, v.10, ed.10, p.99-115, out, 2019.

NEVILLE, A. M.; BROOKS, J. J. **Tecnologia do Concreto.** 2. ed. Porto Alegre: Bookman Editora LTDA, 2013.

PORTAL CIVIL. **4 formas de reduzir flechas em vigas de concreto armado.** [S.I.]: 2020. Disponível em: <https://portalcivil.com.br/4-formas-de-reduzir-flechas-em-vigas-de-concreto-armado/>. Acesso em: 31 ago. 2021.

SANTOS, C. F. R.; SIMÕES, Y. de S. Alterações quanto ao posicionamento da linha neutra no dimensionamento à flexão prescritas na NBR 6118:2014. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 59., 2017, Bento Gonçalves. **Anais...** Bento Gonçalves: Instituto Brasileiro do Concreto, 2017. Não paginado.

SOUZA, J. C. **Aprenda a pré-dimensionar uma estrutura em concreto armado.** [S.I.]: ArchDaily Brasil, 2019. Disponível em: <https://www.archdaily.com.br/br/891672/aprenda-a-pre-dimensionar-uma-estrutura-em-concreto-armado>. Acesso em: 05 set. 2021.